Transferência de Calor II - Lista 1

Prof. Rafael Gabler Gontijo

Questão 1:

Identifique quais das equações a seguir estão representadas em notação indicial de forma coerente, obedecendo a convenção soma.

(a) $x_i = a_{ij} y_j$

(b) $y_j = a_{ik} x_k$

(c) $a_{ij} = b_{ii} b_{jj}$

(d) $a_{ij} = b_{ip} b_{jp}$

(e) $a_{ij} = b_{im} b_{jn} b_{mn}$

(f) $a_{rs} = b_{ir} b_{js} c_{ij}$

(g) $a_{ij} = b_{im} b_{jn} c_{rs}$

(h) $a_{pq} = b_{pr} b_{qs} c_{ss}$

Questão 2:

Sejam **a**,**b** e **c** funções vetoriais, ϕ uma função escalar, **I** a matriz identidade, e **T** e **A** ambos tensores de segunda ordem, demonstre as seguintes identidades vetoriais e tensoriais representadas em uma base ortonormal:

Identidades vetoriais

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) \cdot \mathbf{b} \tag{1}$$

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \tag{2}$$

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{d}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{d}) - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{d})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}) \tag{3}$$

$$\nabla \times \nabla \phi = 0 \tag{4}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{a}) = 0 \tag{5}$$

$$\nabla(\phi_1 \phi_2) = \phi_1 \nabla \phi_2 + \phi_2 \nabla \phi_1 \tag{6}$$

$$\nabla \cdot (\phi \mathbf{a}) = \phi \nabla \cdot \mathbf{a} + \mathbf{a} \cdot \nabla \phi \tag{7}$$

$$\nabla \times (\phi \mathbf{a}) = \phi \nabla \times \mathbf{a} + \nabla \phi \times \mathbf{a} \tag{8}$$

$$\nabla(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \nabla \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{a} + \mathbf{a} \times (\nabla \times \mathbf{b}) + \mathbf{b} \times (\nabla \times \mathbf{a}) \tag{9}$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{b} \cdot (\nabla \times \mathbf{a}) - \mathbf{a} \cdot (\nabla \times \mathbf{b}) \tag{10}$$

$$\nabla \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{a}(\nabla \cdot \mathbf{b}) - \mathbf{b}(\nabla \cdot \mathbf{a}) + \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{a} - \mathbf{a} \cdot \nabla \mathbf{b} \tag{11}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{a}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{a}) - \nabla^2 \mathbf{a} \tag{12}$$

$$\mathbf{a} \cdot \nabla \mathbf{a} = \frac{1}{2} \nabla(\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}) - \mathbf{a} \times (\nabla \times \mathbf{a}) \tag{13}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \phi_1 \times \nabla \phi_2) = 0 \tag{14}$$

Identidades tensoriais

$$\nabla \cdot (\mathbf{a}\mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \nabla \mathbf{b} + \mathbf{b}(\nabla \cdot \mathbf{a}) \tag{15}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{T} = \mathbf{T}^T \cdot \mathbf{A} \tag{16}$$

$$\mathbf{I} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{A} \tag{17}$$