

Experimento 1 - Forças sobre Superfícies Submersas

Prof: Rafael Gabler Gontijo

January 14, 2020

Abstract

O presente documento apresenta uma motivação e uma breve revisão teórica acerca da modelagem de forças hidrostáticas que atuam em superfícies submersas, bem como o roteiro do primeiro experimento didático proposto na disciplina Mecânica dos Fluidos 1 ministrada pelo professor Rafael Gabler Gontijo, nas instalações do laboratório de Ensino em Mecânica dos Fluidos, vinculado ao Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília.

1 Introdução

A mecânica dos fluidos é uma área da física clássica, que tem por objetivo estudar, descrever e modelar o comportamento de diversas classes de fluidos em repouso (estática) e em escoamento (dinâmica). A abordagem e o foco de cada problema específico define a sub-área estudada dentro desta vasta disciplina. Para o estudante que se depara pela primeira vez com a terminologia “*Mecânica dos Fluidos*” é importante que o mesmo se oriente dentre as diferentes possibilidades de estudo abrangidas por esta disciplina, que podem ser muito distintas, com abordagens e aplicações em inúmeras áreas de interesse científico-acadêmico e industrial de engenharia.

De uma forma simples podemos dividir o estudo da mecânica dos fluidos em diversos tópicos, como: estática dos fluidos (consiste no estudo do comportamento de fluidos em repouso), reologia (estudo do comportamento estrutural de fluidos complexos quando submetidos a esforços cisalhantes ou compressivos), microhidrodinâmica (a mecânica dos fluidos das “*coisas pequenas*”, que estuda o comportamento de suspensões coloidais de nano partículas, movimento de microorganismos em fluidos viscosos, deformação

de células biológicas na microcirculação, etc), dinâmica dos fluidos computacional, modelagem da turbulência, aerodinâmica, ferrodinâmica (estudo hidrodinâmico do comportamento de fluidos magnéticos, interação das equações de Maxwell do Eletromagnetismo com as equações clássicas da hidrodinâmica), Mecânica dos Fluidos astrofísica, hemodinâmica (estudo do escoamento do sangue), dentre outros.

A *Mecânica dos Fluidos* é um tópico extremamente vasto e desperta o interesse de físicos, matemáticos (matemática aplicada) e engenheiros, que em muitos problemas de aplicação prática precisam dominar a teoria envolvida na modelagem do comportamento de fluidos que interagem com dispositivos físicos de interesse a fim de que se desenvolvam projetos nas mais diversas áreas da indústria.

A estática dos fluidos consiste no primeiro estudo teórico que se pode realizar no caso mais simples possível, em que um fluido encontra-se em repouso. Existem diversas situações de interesse prático nas quais a estática dos fluidos pode ser aplicada. A determinação da variação da pressão com a altura ou profundidade no interior do fluido, a lei da flutuação de Arquimedes, o cálculo de forças que atuam sobre superfícies submersas, manometria (estudo da distribuição de pressão em linhas de fluido confinado em repouso) são exemplos de assuntos estudados pela estática dos fluidos. As aplicações dessa sub-área da mecânica dos fluidos vão desde a determinação dos esforços atuantes no casco de um navio até o dimensionamento de barragens, piscinas, lagos artificiais e canais.



Figure 1: O dimensionamento de uma barragem requer que o engenheiro saiba determinar as forças hidrostáticas que atuam na superfície submersa associada à distribuição de pressão não uniforme atuante ao longo da parede em contato com o fluido represado

A seção seguinte contém a teoria física envolvida na determinação de

forças que atuam sobre superfícies submersas, bem como na determinação do ponto de aplicação da força resultante. Este tipo de cálculo é particularmente útil na determinação de reações em apoios quando superfícies sólidas encontram-se submersas e sujeitas às forças hidrostáticas distribuídas devido ao campo de pressão na interface fluido-sólido.

2 Modelagem teórica

A lei fundamental da hidrostática estabelece que a pressão absoluta no interior de um fluido em repouso depende apenas da pressão P_0 na superfície livre, do peso específico $\gamma = \rho g$ do fluido, onde ρ é a massa específica do fluido em questão e da profundidade h do ponto onde deseja-se determinar a pressão $P(h)$. Esta relação é linear e pode ser escrita como

$$P(h) = P_0 + \gamma h. \quad (1)$$

A figura (2) ilustra geometricamente as variáveis utilizadas na equação (1).

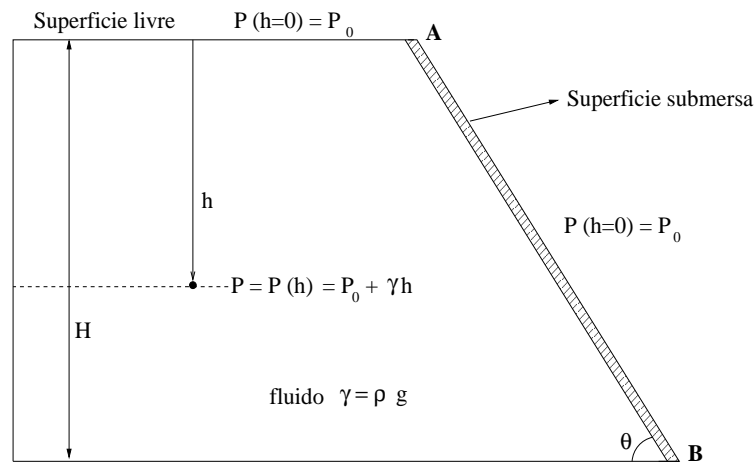


Figure 2: A variação da pressão em um fluido em repouso varia linearmente com a profundidade do ponto analisado

Considere agora a distribuição de pressão que atua na superfície inclinada ilustrada na figura (2). A pressão por definição é uma tensão normal de compressão, que atua perpendicularmente aos elementos, sejam eles sólidos ou fluidos, submetidos a este carregamento. Desta forma a distribuição de pressão atuante na superfície inclinada da figura (2) é ilustrada na figura (3). Repare que a pressão ambiente P_0 atua em ambos os lados da superfície.

Na face que se encontra submersa a pressão aumenta linearmente com a profundidade, indo de P_0 na superfície até $P_0 + \gamma H$ na parte mais funda, enquanto que a face que não se encontra em contato direto com fluido é submetida apenas à pressão P_0 desde o ponto A até o ponto B .

Como a pressão atmosférica atua de ambos os lados, a mesma pode ser cancelada, pois não contribui para a geração de uma força hidrostática resultante devido à distribuição de pressão do fluido sobre a superfície sólida. O desenho (4) ilustra essa afirmação.

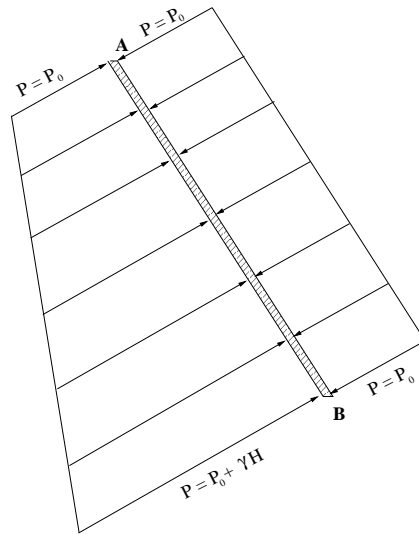


Figure 3: Distribuição de pressão em uma superfície submersa inclinada - considerando o efeito da pressão ambiente

Para determinarmos a força resultante atuando na superfície submersa inclinada devemos integrar o campo de pressão atuante ao longo da área em contato com o fluido. Em outras palavras

$$F_R = \int_A P dA, \tag{2}$$

em que F_R denota a força resultante atuante devido ao campo de pressão e A considera toda a área da superfície sólida submersa. Esta integração deve ser feita no plano da placa. Para isso definiremos uma variável auxiliar representada pela letra grega ξ que varia ao longo deste plano, conforme representado pelo desenho da figura (5).

Desta forma podemos escrever a equação (2) em termos de ξ da seguinte forma:

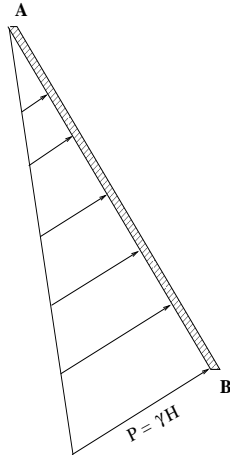


Figure 4: Distribuição de pressão em uma superfície submersa inclinada - considerando o efeito líquido apenas da pressão hidrostática

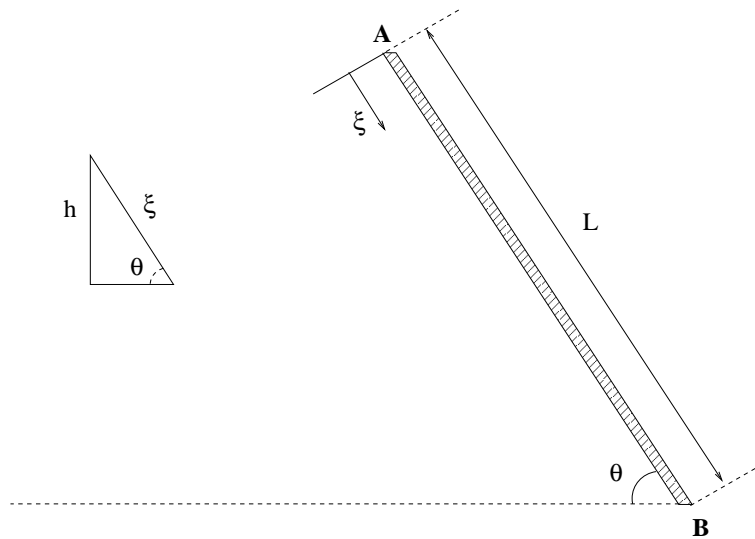


Figure 5: Ilustração da variável auxiliar ξ e relações geométricas fundamentais para o processo de dedução de F_R

$$F_R = \int_0^L P(\xi) l d\xi, \quad (3)$$

em que l representa a largura da placa (dimensão omitida na representação bidimensional utilizada até o momento), ou seja, o elemento de área dA utilizado nesse caso é simplesmente $l d\xi$. A pressão $P(\xi)$ é dada por

$$P(\xi) = \gamma h = \gamma \xi \text{sen} \theta \quad (4)$$

substituindo (4) em (3) obtemos

$$F_R = \int_0^L \gamma \xi \operatorname{sen} \theta l d\xi = \gamma l \operatorname{sen} \theta \left(\frac{\xi^2}{2} \right)_0^L, \quad (5)$$

avaliando os limites de integração, finalmente chegamos em

$$F_R = \frac{\gamma l \operatorname{sen} \theta L^2}{2} \quad (6)$$

da figura (5) note que

$$L = \frac{H}{\operatorname{sen} \theta}, \quad (7)$$

substituindo (7) em (6) podemos expressar F_R em termos de H como

$$F_R = \frac{\gamma l H^2}{2 \operatorname{sen} \theta}. \quad (8)$$

Considere agora o cálculo do volume do prisma imaginário formado pela distribuição de pressão ao longo da superfície submersa ilustrado na figura (4). Este volume nada mais é do que a área de um triângulo de base γH e altura L multiplicada pela largura l da placa. O cálculo deste volume é dado por

$$V_P = \gamma H \times L \times \frac{1}{2} \times l = \frac{\gamma l l H}{2}, \quad (9)$$

utilizando a equação (7) para expressar L em termos de H e substituindo em (9) obtemos:

$$V_P = \frac{\gamma l H^2}{2 \operatorname{sen} \theta}, \quad (10)$$

que fornece o mesmo resultado dado pela equação (8) para o módulo da força resultante. Ou seja, podemos afirmar que o volume deste prisma de pressão imaginário formado pelo desenho da distribuição de pressão na superfície submersa é idêntico ao valor da força resultante gerada por esta distribuição contínuas de forças por unidade de área.

Uma maneira intuitiva e simples de determinar o ponto de aplicação desta força resultante consiste em simplesmente calcular o centro geométrico do prisma de pressão, pois a força resultante deve estar mais próxima dos pontos de maior pressão, assim como o centro geométrico de superfícies arbitrárias encontram-se mais próximos de regiões com maior área. Para uma distribuição representada por um triângulo, este ponto encontra-se a 1/3 da altura do mesmo. É importante lembrar que a força resultante, bem como a distribuição de pressão atuará sempre perpendicularmente à superfície submersa.

3 Objetivos

Este experimento tem como objetivo geral a determinação de forças hidrostáticas que atuam sobre superfícies planas submersas. As figuras (6) e (7) ilustram o aparato experimental usado.

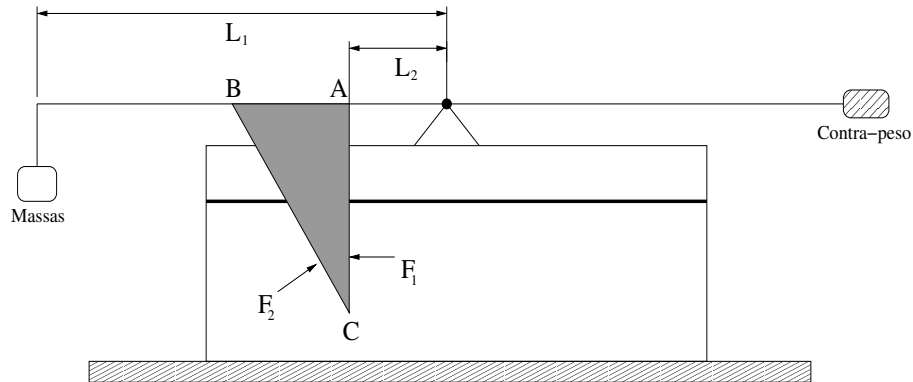


Figure 6: Ilustração da bancada utilizada no experimento

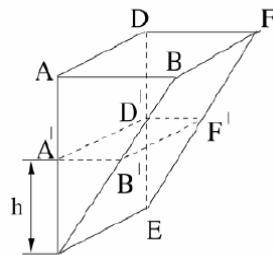


Figure 7: Detalhe do prisma de acrílico utilizado no experimento

As medidas da bancada são:

- $AB = 100 \text{ mm}$
- $AC = 200 \text{ mm}$
- $AD = 75 \text{ mm}$
- $L_1 = 300 \text{ mm}$
- $L_2 = 130 \text{ mm}$

Os objetivos específicos, tendo como referência às figuras (6) e (7) são listados a seguir.

1. verificar as medidas do aparato experimental e checar se as mesmas correspondem às da figura (6);
2. traçar as distribuições de pressão em A'C e B'C;
3. calcular a força hidrostática F_1 e seu ponto de aplicação na superfície plana em A'D'CE (retângulo);
4. calcular a força hidrostática F_2 e seu ponto de aplicação na superfície plana em B'F'CE (retângulo);
5. comentar o efeito líquido das forças hidrostáticas nos triângulos submersos A'B'C e D'F'E;
6. verificar se a componente horizontal em B'F'CE realmente se anula com a força em A'D'CE;
7. calcular o momento das forças verticais em relação ao eixo Z;
8. comparar os momentos de F_1 e F_2 em relação ao eixo de apoio em Z com o momento das massas em relação ao mesmo eixo;
9. desenvolver uma expressão teórica exata para o valor da altura h a ser utilizada a fim de que se gere um torque pela componente vertical da força F_2 em relação ao eixo de rotação Z igual ao torque gerado pela massa m , ou seja uma função da altura submersa do prisma h em termos de m ;
10. plotar em um gráfico a função $h(m) \times m$ juntamente com os valores experimentais medidos e verificar se os dados coincidem;
11. obter os valores da altura h medida no experimento para as mesmas massas utilizadas com outros grupos a fim de que se obtenha uma barra de erro (determinada pelo desvio padrão de h) para os pontos medidos e que os mesmos sejam plotados no gráfico solicitado no item anterior;

4 Relatório Experimental

Cada grupo deverá escrever um relatório que será entregue ao professor ao final da aula. O mesmo deverá conter as seguintes partes:

- Uma descrição na forma de texto do procedimento experimental, listando após a descrição uma lista de tópicos com as atividades realizadas ao longo do experimento;
- Memorial de Cálculo contendo de forma organizada todo o equacionamento matemático proposto, juntamente com todas as contas feitas pelo grupo, incluindo as unidades de medida de cada termo em cada equação. É importante que as contas estejam expresas de forma **CLARA**.
- Resultados gráficos e numéricos obtidos, bem organizados em formas de tabelas, diagramas, desenhos, gráficos, etc.
- Conclusões claras e concisas sobre os valores obtidos através dos cálculos realizados.

5 Bibliografia

- Notas de aula dos cursos de Fenômenos de transporte e Mecânica dos Fluidos do Prof. Rafael Gabler Gontijo.